Frédéric Borel

# Un an de colles de physique en prépa

PCSI
MPSI
PTSI

ellipses

# Chapitre 1 – Formation des images

## I. Questions de cours

### Question n°1 Indice de réfraction

Rappeler la définition de l'indice de réfraction $n$ d'un milieu transparent. Quelle est la relation entre la longueur d'onde dans le vide d'une onde lumineuse et sa longueur d'onde dans un milieu matériel ?

### Question n°2 Le modèle géométrique

Indiquer les limites du modèle géométrique.

### Question n°3 Les lois de Snell-Descartes

1) Énoncer les lois de Snell-Descartes pour la réflexion et la réfraction.
2) Établir la condition de réflexion totale.

### Question n°4 L'approximation de Gauss

Quelles sont les conditions de l'approximation de Gauss ?

### Question n°5 L'œil

1) Comment modélise-t-on un œil en optique ?
2) Définir le punctum proximum et le punctum remotum.
3) Donner les valeurs du punctum proximum et du punctum remotum pour un œil emmétrope.

### Question n°6 Modèle de l'appareil photographique

Comment modélise-t-on un appareil photographique en optique ?

## II. Exercices d'entraînement

### Exercice n°1 Quelques constructions avec une lentille convergente

On considère une lentille convergente de centre optique $O$ et de foyers $F$ et $F'$. Pour chaque configuration proposée, construire l'image $A'B'$ d'un objet $AB$, la lumière se propageant de gauche à droite. Préciser dans les quatre cas suivants si l'objet est réel ou virtuel, si l'image obtenue est réelle ou virtuelle, rétrécie ou agrandie, droite ou renversée par rapport à l'objet.

1) L'objet est situé à l'infini.
2) L'objet est placé avant la lentille :
   a) $|\overline{OA}| > 2|\overline{OF}|$ ;
   b) $|\overline{OF}| < |\overline{OA}| < 2|\overline{OF}|$.
3) L'objet est placé entre le foyer objet et le centre optique.
4) L'objet est placé après la lentille.
5) Avec une lentille convergente, peut-on observer une image virtuelle à partir d'un objet virtuel ?

### Exercice n°2 Quelques constructions avec une lentille divergente

On considère une lentille divergente de centre optique $O$ et de foyers $F$ et $F'$. Pour chaque configuration proposée, construire l'image $A'B'$ d'un objet $AB$, la lumière se propageant de gauche à droite. Préciser dans les quatre cas suivants si l'objet est réel ou virtuel, si l'image obtenue est réelle ou virtuelle, rétrécie ou agrandie, droite ou renversée par rapport à l'objet.

1) L'objet est situé à l'infini.
2) L'objet est placé avant la lentille.
3) L'objet est placé entre la lentille et le foyer objet.
4) L'objet est placé au-delà du foyer objet :
   a) $|\overline{OF}| < |\overline{OA}| < 2|\overline{OF}|$ ;
   b) $|\overline{OA}| > 2|\overline{OF}|$.
5) Avec une lentille divergente, peut-on observer une image réelle à partir d'un objet réel ?

### Exercice n°3 Méthode de Bessel

On souhaite déterminer la distance focale $f'$ d'une lentille mince convergente par la méthode de Friedrich Bessel, astronome allemand du XIXe siècle. On dispose d'un objet $AB$ fixe et d'un écran fixe situé à une distance $D$ de l'objet. Seule la lentille convergente peut bouger entre l'objet et l'écran.

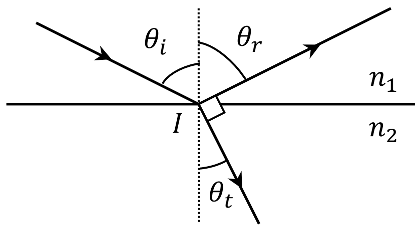
1) Établir la relation entre la position de l'objet $\overline{OA}$, la distance $D$ et la distance focale $f'$ de la lentille.
2) En déduire que, si $D \geq 4f'$, il existe deux positions $O_1$ et $O_2$ de la lentille pour lesquelles on obtient une image nette sur l'écran.

On note $d$ la distance qui sépare les deux positions précédentes.

3) Exprimer la distance focale $f'$ de la lentille en fonction de $D$ et $d$.

## Exercice n°4 Incidence de Brewster

Déterminer l'angle d'incidence $\theta_B$ d'un rayon lumineux pour que le rayon réfléchi et le rayon réfracté forment un angle droit. Les indices des milieux sont $n_1$ et $n_2$.




L'incidence de Brewster est utilisée pour polariser la lumière.

## Exercice n°5 L'œil et ses défauts

Le cristallin de l'œil est assimilé à une lentille mince convergente de distance focale variable. La distance lentille-image (c'est-à-dire cristallin-rétine) est fixe et égale à 25,0 mm.

1) Quelle est la distance focale $f_1'$ du cristallin pour une mise au point à l'infini ? Quelle est la vergence $V_1$ correspondante ?
2) En vision rapprochée, la distance minimale de netteté est égale à 25,0 cm (punctum proximum). Quelle est la distance focale $f_2'$ du cristallin dans ces conditions ? Quelle est la vergence $V_2$ correspondante ?
3) Calculer l'amplitude de vergence $\Delta V = V_2 - V_1$ entre ces deux positions extrêmes.

Un œil myope a son punctum proximum placé à 10,0 cm.

4) Où se trouve son punctum remotum s'il a la possibilité de changer la vergence de son cristallin de 8 dioptries ?
5) Quelle est la nature de la lentille (convergente ou divergente) qu'il faut placer devant l'œil pour qu'il voie net un objet situé à l'infini ? Quelle est alors la vergence de cette lentille correctrice ?

## Exercice n°6 L'appareil photographique

L'objectif d'un appareil photographique est assimilé à une lentille mince, convergente de distance focale $f' = 12$ cm et de rayon $R = 2{,}5$ cm. Pour effectuer la mise au point, on fait varier la distance de la lentille au plan du film de telle façon qu'une image nette se forme toujours sur la pellicule.

On note $p = \overline{OA}$ la distance du centre optique à l'objet.

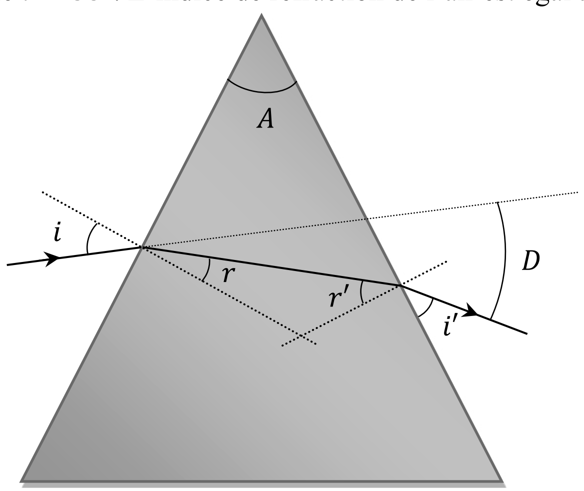
On note $p' = \overline{OA'}$ la distance du centre optique à l'image.

1) On photographie un objet n°1 situé à très grande distance. Où doit être placée la pellicule ?
2) Sur la même photographie, un objet n°2 se trouve à 3,0 m de la lentille. Où doit-on placer la pellicule pour avoir une image nette ?
3) La pellicule est placée comme à la question 1. Les rayons lumineux qui proviennent de l'objet n°2 forment sur la pellicule une tache de rayon $r$.
   a) En étudiant les rayons qui rasent le bord de la lentille, donner l'expression et calculer le rayon $r$.
   b) La photo est acceptable si $r < 0{,}2$ mm. La photo sera-t-elle nette ? Que peut-on faire pour améliorer la qualité de la photo ?
4) Profondeur de champ

   Faire un schéma qui illustre la notion de profondeur de champ entre deux positions $p_{min} = \overline{OA_1}$ et $p_{max} = \overline{OA_2}$.

## Exercice n°7 Le prisme

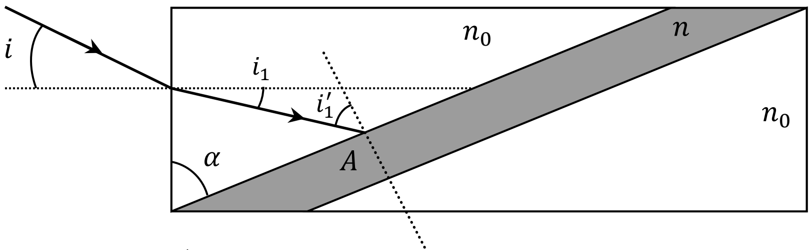
On considère un prisme d'angle au sommet $A = 60°$ et d'indice $n = \sqrt{2}$. Un rayon arrive avec un angle $i = 35°$. L'indice de réfraction de l'air est égal à 1.




1) Quelle est la relation entre les angles $r$, $r'$ et $A$ ?
2) Calculer les angles $r$, $r'$ et $i'$.
3) En déduire la valeur de la déviation $D = i + i' - A$.
4) En dérivant l'expression de $D$ par rapport à $i$, déterminer l'angle $i_{min}$ qui rend la déviation minimale (on admettra que l'extremum est un minimum) ainsi que $D_{min}$.

## Exercice n°8 Le réfractomètre d'Abbe

Le réfractomètre imaginé par le physicien allemand Ernst Abbe à la fin du XIX$^e$ siècle sert à mesurer des indices de réfraction. Deux triangles rectangles d'indice $n_0 = 1{,}73$ avec un angle $\alpha = 60°$ sont montés tête-bêche. Entre ces prismes, on introduit un liquide d'indice inconnu $n$. On éclaire le réfractomètre avec un rayon lumineux sous un angle incident $i$.




On suppose que $n < n_0$.

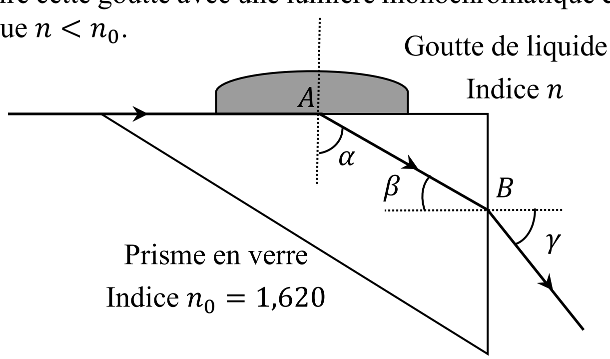
1) Tracer le rayon lumineux après une première réfraction au point $A$ dans le liquide (angle $i_2$ avec la normale) et une deuxième réfraction dans le 2$^e$ triangle.
2) Tracer le rayon lumineux si la réflexion est totale au point $A$.

On cherche l'angle $i$ pour une réflexion totale.

3) Montrer que $\sin\, i_1' = \frac{n}{n_0}$ à la réflexion totale.
4) Montrer que $\alpha = i_1 + i_1'$.
5) Établir la relation entre les angles $i$ et $i_1$.
6) En déduire que $n = n_0 \sin\left(\alpha - \arcsin\left(\frac{\sin i}{n_0}\right)\right)$. Application numérique pour $i = 20°$.

## Exercice n°9 Le réfractomètre de Pulfrich

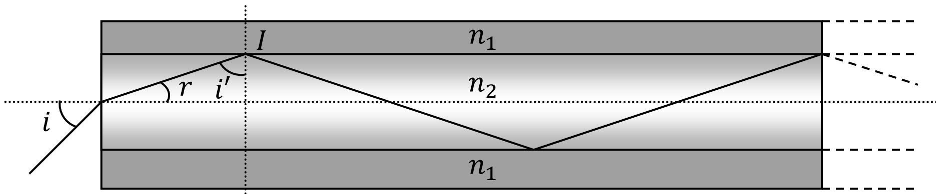
Le réfractomètre imaginé par le physicien allemand Carl Pulfrich $(1858 - 1927)$ sert à déterminer l'indice de réfraction $n$ d'un liquide.
On dépose une goutte de ce liquide sur la face supérieure d'un prisme avec un angle droit. On éclaire cette goutte avec une lumière monochromatique en lumière rasante.
On suppose que $n < n_0$.



1) Montrer que $\sin\gamma = \sqrt{n_0^2 - n^2}$.
2) Calculer l'indice $n$ si $\gamma = 48°$.

## Exercice n°10 Fibre optique à saut d'indice

Une fibre à saut d'indice est constituée d'un cœur cylindrique d'indice de réfraction $n_2$ entouré d'une gaine d'indice de réfraction $n_1$.



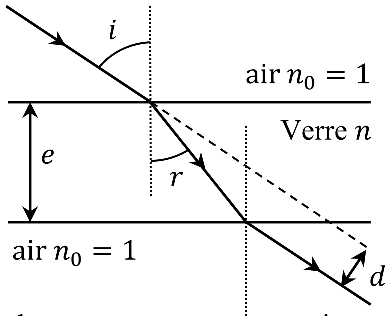

Données

• Vitesse de la lumière dans le vide $c = 3{,}00 \times 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ ;
• Indice de réfraction de l'air $n_0 = 1{,}00$ ;
• Indice de réfraction de la gaine $n_1 = 1{,}46$ ;
• Indice de réfraction du cœur $n_2 = 1{,}48$.

1) Calculer la vitesse de propagation de la lumière dans le cœur.
2) Pour se propager dans la fibre optique, la lumière doit rester dans le cœur.
   a) Quelle est la condition sur l'angle $i'$ pour avoir une réflexion totale en $I$ ?
   b) En déduire la condition sur l'angle $r$.
   c) En déduire la condition sur l'angle $i$.
3) On appelle *ouverture numérique* $ON$ de la fibre le sinus de l'angle d'incidence maximal $i_{max}$ pour lequel les rayons qui pénètrent dans le cœur sont transmis jusqu'à la sortie. Exprimer puis calculer l'ouverture numérique.
4) La longueur de la fibre optique est égale à $L = 500$ m.
   a) Calculer la durée $\tau_1$ d'un trajet pour un rayon en incidence normale, c'est-à-dire $i = 0$.
   b) Calculer la durée d'un trajet $\tau_2$ pour un rayon avec l'incidence maximale $i_{max}$.
   c) Vérifier que la différence $\Delta t = \tau_2 - \tau_1$ est égale à :
   $$\Delta t = \frac{n_2 \times (n_2 - n_1) \times L}{n_1 \times c}$$
   d) Calculer cette différence.
5) À l'entrée de la fibre, on émet des impulsions lumineuses. Quelle durée $\tau$ doit séparer deux impulsions pour qu'elles ne se superposent pas à la sortie de la fibre ? En déduire le débit maximal (en bits par seconde) de cette fibre optique.

### Exercice n°11 Lames à faces parallèles

Une lame à faces parallèles en verre d'indice de réfraction $n$, plongée dans l'air, dévie un rayon lumineux. Les deux faces sont séparées d'une distance $e$.




Montrer que le décalage de ce rayon a pour expression :

$$d = e\left(1 - \sqrt{\frac{1 - \sin^2 i}{n^2 - \sin^2 i}}\right)\sin i$$

### Exercice n°12 La lunette de Galilée

(d'après CCP 2007)

Une lunette de Galilée comprend :

- un objectif assimilable à une lentille mince $L_1$ de centre $O_1$ et de vergence $V_1 = 5{,}0$ dioptries ;
- un oculaire assimilable à une lentille mince $L_2$ de centre $O_2$ et de vergence $V_2 = -20$ dioptries.

1) Déterminer la nature de chaque lentille et donner la valeur de leur distance focale $f_1'$ et $f_2'$.
2) La lunette est afocale.
   a) Préciser l'intérêt d'une lunette afocale et calculer la position relative des deux lentilles en calculant la distance $d = O_1O_2$.
   b) Tracer, dans les conditions de Gauss, la marche d'un rayon lumineux incident, issu d'un point objet à l'infini, faisant un angle $\theta$ avec l'axe optique et émergeant sous l'angle $\theta'$.
   c) En déduire le grossissement (ou grandissement angulaire) de cette lunette en fonction des angles $\theta$ et $\theta'$ puis des distances focales $f_1'$ et $f_2'$.
3) Un astronome amateur utilise cette lunette, normalement adaptée à la vision d'objets terrestres, pour observer deux cratère lunaires Copernic (diamètre : 96 km) et Calvius (diamètre : 240 km). On rappelle que la distance Terre-Lune vaut $D = 380\,000$ km.
   a) L'astronome voit-il ces cratères lunaires à l'œil nu ? On rappelle que l'acuité visuelle est égale à $3{,}0 \times 10^{-4}$ rad.
   b) L'astronome voit-il ces deux cratères lunaires à l'aide de la lunette ?

### Exercice n°13 Le microscope optique

Le microscope optique (imaginé par le Hollandais Jansen à la fin du XVIe siècle) est constitué de :

- un *objectif*, placé près de l'objet, assimilé à une lentille convergente $L_1$ de faible distance focale $\overline{O_1F_1'} = f_1' = 3{,}0$ mm ;
- un *oculaire*, placé près de l'œil, assimilé à une lentille convergente $L_2$ de distance focale $\overline{O_2F_2'} = f_2' = 30$ mm.

L'*intervalle optique* $\Delta = \overline{F_1'F_2}$ est fixe et vaut 17 cm.

La mise au point s'effectue en déplaçant l'ensemble du système optique $\{\text{objectif} + \text{oculaire}\}$ par rapport à l'objet observé.

On notera $AB$ l'objet, $A_1B_1$ l'image intermédiaire et $A'B'$ l'image définitive.

1) Sans souci d'échelle, dessiner le système qui fournit une image finale à l'infini, sans accommodation pour l'œil.
2) Sans souci d'échelle, dessiner le système qui fournit une image qui nécessite une accommodation de l'œil.

Dans la suite de l'exercice, on considère que l'image définitive $A'B'$ est à l'infini.

3) Soit $\theta'$ l'angle sous lequel l'œil observe l'image définitive $A'B'$.
   On définit la *puissance* du microscope par :
   $$P = \frac{\theta'}{AB}$$
   a) Exprimer la puissance $P$ du microscope en fonction de la puissance de l'oculaire $P_{oc}$ et du grandissement de l'objectif $|\gamma_1|$.
   b) Exprimer la puissance de l'oculaire $P_{oc}$ en fonction de $f_2'$.On montre que $|\gamma_1| = \frac{\Delta}{f_1'}$.
   c) En déduire la puissance $P$ du microscope en fonction de $\Delta$, $f_1'$ et $f_2'$.
   d) Calculer cette puissance avec les valeurs données dans l'énoncé.
4) On définit le *grossissement commercial* du microscope par :
   $$G = \frac{\theta'}{\theta}$$
   où $\theta$ est l'angle sous lequel l'objet $AB$ est observé à l'œil nu à la distance $d_m = 25$ cm.
   a) Exprimer le grossissement commercial $G$ du microscope en fonction du grossissement commercial de l'oculaire $G_2$ et du grandissement de l'objectif $|\gamma_1|$.
   b) Exprimer le grossissement commercial $G$ en fonction de $\Delta, f_1'$ et $f_2'$.
   c) Calculer le grossissement commercial avec les valeurs données dans l'énoncé.